

Tartu Ülikool  
Sotsiaalteaduste valdkond  
Haridusteaduste instituut  
Õppekava: Põhikooli mitme aine õpetaja

Kati Kalda

NELJANDA KLASSI ÕPILASTE MATEMAATIKATEADMISED ERINEVATES  
VALDKONDADES JA NENDE VALDKONDADE VAHELISED SEOSSED  
magistritöö

Juhendaja: dotsent Anu Palu

Tartu 2018

Neljanda klassi õpilaste matemaatikateadmised erinevates valdkondades ja nende  
valdkondade vahelised seosed

**Resümee**

Magistritöös uuriti õpilaste matemaatika ülesannete sooritusi kolmes erinevas matemaatikapädevuse valdkonnas: protseduurilised teadmised, mõistelised teadmised ja probleemi lahendamine. Veel uuriti ülesannetes tekkivaid tüüpvigu ja millistes ülesannetes õpilased eksivad kõige enam. Magistritöös kasutati „Tartu Ülikooli õpetajahariduse kompetentsikeskuse Pedagogicum arendamine” projekti (2016-2018) alus- ja alghariduse töörühma kogutud andmeid. Valimisse kuulus 255 õpilast.

Töö tulemusest selgus, et matemaatikapädevuste valdkonnad on omavahel seotud, mida kinnitavad varasemad uuringud (Ritte-Johnson, Schneider, & Star, 2015., Samuelsson, 2010, Zulnaidi, 2016, Vaabel, 2013). Matemaatikaülesannete lahendusvigade analüüsis selgus, et enam tehakse vigu mõistelisi teadmisi vajavates ülesannetes. Poiste ja tüdrukute üldtulemuste võrdluses erinevusi ei olnud. Testi tulemustest selgus, et poisid lahendavad paremini arvutusülesandeid ja probleemülesandeid. Koolimatemaatika teadmiste paremaks muutmiseks tuleks valida erinevaid ülesandeid, et toetada kõiki kolme matemaatikapädevuse valdkonda.

*Märksõnad:* Matemaatikapädevuse valdkonnad, protseduuriline teadmine, mõisteline teadmine, probleemilahendamise oskus, matemaatikaülesannete lahendusvead, tüdrukute ja poiste erinevus ülesannete lahendamisel.

Fourth-grade students' knowledge of mathematics in different mathematical cognitive abilities and how mathematical cognitive abilities are connected

**Abstract**

The aim of the Master's thesis was to study students' performances in exercises, examining three different fields of mathematical competencies: procedural knowledge, conceptual knowledge and solving problems. Also, in this paper typical mistakes were studied and which kind of exercises contained most mistakes. The author used data from „The Development of Teacher Education Competence Centre Pedagogicum in the University of Tartu” project (2016-2018). 255 students took part in this study.

This study showed that cognitive abilities of mathematics are all connected. Earlier researchers had shown the same result (Ritte-Johnson, Schneider, & Star, 2015., Samuelsson, 2010, Zulnaidi, 2016, Vaabel, 2013). The analysis of mistakes in mathematical exercises showed that most mistakes were made in the exercises that use conceptual pieces of knowledge. In the comparison of boys and girls, there were no notable differences between boys and girls' results. The test results revealed that boys resolved exercises of calculation more successfully and were better at solving problems. For improvement of the knowledge of school-mathematics, different exercises should be chosen to develop all three mathematical competencies.

*Keywords:* mathematical competencies, abilities, procedural knowledge, conceptual knowledge, problem-solving, mistakes of mathematical exercises, differences between boys and girls solving mathematical exercises.

## Sisukord

Resümee .....	2
Abstract .....	3
Sissejuhatus .....	5
Matemaatikapädevuse valdkonnad .....	5
Protseduurilised teadmised. ....	6
Mõistelised teadmised.....	6
Probleemide lahendamine .....	8
Põhikooli õpilaste matemaatikapädevus .....	8
Uuringu eesmärk ja uurimisküsimused .....	10
Metoodika.....	11
Valim .....	11
Mõõtevahend .....	11
Protseduur.....	12
Andmetöötlus.....	12
Tulemused .....	12
Õpilaste teadmised erinevates matemaatika valdkondades .....	12
Matemaatikaülesannete lahendusvead.....	13
Poiste ja tüdrukute matemaatikateadmised.....	16
Arutelu.....	17
Õpilaste teadmised erinevates matemaatika valdkondades .....	17
Matemaatikaülesannete lahendusvead.....	18
Poiste ja tüdrukute matemaatikateadmised.....	19
Kokkuvõtteks.....	20
Kasutatud kirjandus .....	22

## Sissejuhatus

Eesti õpilastest 81% peab matemaatikat tähtsaks, sest nende arvates läheb matemaatikat tarvis edasiõppimisel (Lepmann, 2013). Olenemata sellest, et enamik õpilasi peab matemaatikat tähtsaks õppeaineks, tunnevad paljud neist raskusi selle õppeaine omandamisel (Gafoor & Kurukkan, 2015). Põhikooli matemaatika lõpueksamite sooritus on olnud tunduvalt madalam kui teistes õppeainetes. Nii näiteks oli 2017. aasta põhikooli lõpueksamite keskmine lahendatus 74% ja 2016. aasta matemaatika põhikooli lõpueksamite keskmine lahendatus 68% (Simmo, 2017a). Kolmandas ja kuuendas klassis viiakse läbi tasemetöö matemaatikas. Viimaste aastate kolmanda klassi tasemetööde tulemuste keskmine on olnud üle 70%, kuid kahjuks langevas joones. Kuuendate klasside tasemetööde keskmised tulemused on jäänud viimastel aastatel alla 70% (Eksamite statistika, s.a).

Eesti koolide õpilased on PISA (Program for International Student Assessment) testidega saavutanud väga kõrgeid tulemusi: 2012. aastal olid Eesti õpilased matemaatikaalaste teadmistega 11. kohal ja 2015. aastal 9. kohal (Lepmann, 2013, 2016). Samas on PISA testides tippude osakaalu näitaja kolmel viimasel PISA uuringul püsinud stabiilsena, olles PISA 2012 puhul 14,6% ja PISA 2015 ning PISA 2009 korral 14,25%, see näitaja võiks olla kõrgem (Lepmann, 2016). Meie õpilased on suutelised kasutama algoritme, valemeid, protseduure ja reegleid, ning lahendama lihtsamaid probleemülesandeid (PISA testide 2. ja 3. tase), kuid jäävad hätta kompleksete liitprobleemide lahendamisega (5. ja 6. tase) (Lepmann, 2013).

Selleks, et saavutada matemaatikapädevus kõrgematel tasemetel põhikooli lõpuks, tuleb alustada eeltööd juba algklassides. Leidmaks võimalusi õpilaste mõisteliste teadmiste ja probleemide lahendamisoskuse parandamiseks, tuleks eelnevalt välja selgitada, milliste konkreetsete matemaatika valdkondade saavutamisel on enim raskusi. Oluline on teada, kuidas ülesannete lahendamiseks vajalikud valdkonnad on omavahel seotud. Magistritöö eesmärgiks on välja selgitada, millised on õpilaste matemaatikateadmised II kooliastme alguses, teada saada, kuidas on omavahel seotud ülesannete lahendamiseks vajalikud valdkonnad, millised on enamlevinud vead ülesannetes, ja millised on tüdrukute ning poiste teadmiste erinevused ülesannete lahendamisel.

## Matemaatikapädevuse valdkonnad

Matemaatikapädevuses eristatakse kolme omavahel seotud valdkonda (Palu, 2015): 1) protseduurilised teadmised ja oskused, mis hõlmavad endas algoritmide või strateegiate

tundmist; 2) mõistelised teadmised, näitavad arusaamist matemaatilistest faktidest ning proseduuridest; 3) probleemide lahendamine.

**Protseduurilised teadmised.** Siia alla kuuluvad aritmeetikas arvude kirjutamine, lugemine, liitmise, lahutamise, korrutamise ja jagamise valdamine; algebras sulgude avamine, liikmete üleviimine ühelt võrduse poolelt teisele; graafikute, tabelite lugemine ja koostamine; geomeetrias kujundite tundmine ja konstrueerimine (Palu, 2010a). Hiebert ja Lefevre (1986, viidatud Zulnaidi & Zamri, 2016 j) on jaganud protseduurilised teadmised kaheks 1) teadmised matemaatilistest sümbolitest ja 2) teadmised matemaatilistest algoritmidest ja reeglitest. Õpilased, kes on omandanud protseduurilised teadmised, neil peaksid olema olemas teadmised ja oskused, et edukalt lahendada probleeme, kasutades täpseid sümboleid või matemaatilisi reegleid. Protseduurilisi teadmisi loetakse algteadmisteks, mis on oluline kõigil õpilastel omandada. (Zulnaidi, 2016). Saavutamaks kindlaid eesmärke, hõlmavad protseduurilised teadmised endas vajalike oskuste ja strateegiate tundmist (Byrnes & Wasik, 1991). Tööjuhendid, mis eeldavad protseduurilisi oskuseid keskenduvad samm-sammulistele tegevustele (Rittle-Johnson, Fyfe & Loehr, 2016).

**Mõistelised teadmised.** Need teadmised hõlmavad arusaamist algoritmidest ja nende seostest, mis on esitatud kasutades erinevaid semantilisi võrke, hierarhiaid ja vaimseid mudeleid (Byrnes, 1991). Õpilased, kes on omandanud mõistelised teadmised, teavad matemaatikast rohkem kui kinniseid fakte ja arvutusmeetodeid (Samuelsson, 2010). Mõistelised teadmised toetavad ja juhivad protseduuriliste teadmise juurde. Õpilaste mõistelised teadmised võivad olla abiks protseduuride avastamisel ja arusaamisel. Matemaatika rahvusvaheline nõukogu NCTM (National Council of teachers of Mathematics (2014, viidatud Rittle-Johnson, Shneider & Star, 2015 j)) on andnud märku, et õpilastel tuleks alguses arendada mõistelisi teadmisi ja ei tohiks prioriteedina arendada protseduurilisi teadmisi. Viimane hoiak vähendab kahesuunalisust mõisteliste ja protseduuriliste teadmiste vahel (Rittle-Johnson, 2015). Arendades seoseid mõisteliste teadmiste ja matemaatiliste protseduuride vahel aitab märgatavalt kaasa mälu arenemisele, salvestamisele ja efektiivsemale kasutamisele. Õpilased omandavad mõistelise teadmise juhul, kui nad on võimelised tuvastama neile antud sümbolid ja andma näiteid küsimustele, mida on küsitud (Baker, 2002, viidatud Zulnaidi, 2016 j).

Matemaatika õppimisel on tarvis nii protseduurilisi kui mõistelisi teadmisi. Protseduurilised teadmised hõlmavad endas reegleid, algoritme ja protseduure, et lahendada probleeme. Protseduurilised teadmised võivad uutes olukordades või teises kontekstis muuta lahendamise vähem mõttekaks või üldistavaks (Hiebert, 1986, viidatud Voutsina 2011, j).

Mõistelised teadmised võivad olla konkreetset või kaudsed, mis ei seo matemaatikaalast arusaamist kindla kontekstiga, seega loovad mõistelised teadmised paindliku probleemilahenduse, mida on võimalik viia üle uutesse olukordadesse (Voutsina, 2011). Head mõistelised teadmised aitavad õpilastel lahendada protseduurilisi probleeme (Zulnaidi, 2016).

Õpilased, kellele õpetatakse kõigepealt protseduurilisi teadmisi, arenevad aritmeetiliste üldistuste probleemide lahendamise oskused läbi korratud tegevuse. Tegevuste kordamine vähendab õpilaste avastusi aritmeetilistest seostest ja regulaarsusest (Baroody 2003, viidatud Voutsina, 2011 j.). Õppides kõigepealt mõistelisi teadmisi, peaks viima olukorrani kus enne protseduuriliste teadmiste õppimist on olemas mõisteline baas. Seega mõistelised teadmised oleksid eelduseks protseduuriliste teadmiste arenguks ja õigete lahendusvõtete kasutamiseks sobivas olukorras (Byrnes, 1992; Carpenter, 1986; Riley, Greeno ja Heller, 1983, viidatud Voutsina, 2011 j.). Laialdaselt on nõustatud, et mõistelised teadmised tihti toetavad ja viivad protseduuriliste teadmiseni. Mõistelised teadmised aitavad õpilastel tuletada ja saada aru protseduuridest (Gelman ja Williams 1998; Halford 1993; Hiebert ja LeFevre 1986, viidatud Rittle-Johnson, 2015 j.). Uuringud on näidanud, et protseduurilised teadmised ja mõistelised teadmised arenevad koos ja mõjutavad teineteist (Rittle-Johnson 2015, 2017; Voitsina, 2011). Õpilastel, kelle õpetamisel oli rõhk mõisteliste teadmiste omandamisel ja harjutamisel, kogusid kõrgemaid mõistelisi teadmisi ja samaväärseid protseduurilisi teadmisi võrreldes õpilastega, kes olid keskendunud protseduuriliste teadmiste omandamisele (Blöte et al. 2001; Cobb et al. 1991; Fuson ja Briars 1990; Hiebert ja Grouws 2007; Hiebert ja Wearne 1996, viidatud Rittle-Johnson, 2015 j.). Õpilastel, kellele õpetati tüüplahendustega protseduure ja vähe pöörati tähelepanu mõistelistele teadmiste, olid väga piiratud mõistelised teadmised matemaatikast (Kamii ja Dominick 1997, 1998; Mack 1990, viidatud Rittle-Johnson, 2015 j.). Viimane toetab matemaatika rahvusvahelise nõukogu NCTM arvamust seoses mõisteliste teadmiste arendamisega.

On leitud, et teatud sorti ülesannete lahendamisega on võimalik arendada protseduurilisi ja mõistelisi teadmisi korraga. Näiteks Rittle – Johnson (2017) tõi välja, et võrdlemine on laialt levinud kognitiivne protsess. Lisades võrdlemisse samasugused tehted, tuleb õpilasel rakendada kaks korda protseduurilisi teadmisi ja hiljem tulemusi võrreldes kasutatakse mõistelisi teadmisi. Samuti tõi Rittle – Johnson (2017) välja õigete ja valede protseduuride võrdlemise, enda lahenduste selgitamise ja avastusõppe (õpilane, püüab probleemile lahenduse leida enda teadmiste abil, ilma eelnevate juhisteta), mis arendavad nii protseduurilisi kui mõistelisi teadmisi. Zulnaidi (2016) leidis, et protseduuriliste ja mõisteliste teadmiste tõstmiseks on kasulik matemaatikas kasutada dünaamilise matemaatika tarkvara

GeoGebra. Tema uuringust selgus, et õpilased kes kasutasid geomeetria, algebra ja funktsioonide õppimisel programmi GeoGebra, nende protseduurilised ja mõistelised teadmised olid kõrgemad, võrreldes õpilastega kes ei kasutanud.

**Probleemide lahendamine.** Probleemide lahendamise kaudu arendatakse üldist mõtlemisoskuse arengut ja kujundatakse oskusi rakendada matemaatikat eri eluvaldkondades (Kaasik & Lepmann, 2002). Ülesannet loetakse probleemülesandeks, kui õpilasele ei ole teada kindlat algoritmi, vaid tal tuleb oma teadmisi kombineerida. Probleemide lahendamiseks on mitmeid mudeleid. Palu (2010b) järgi on probleemide lahendamisel järgmised etapid: 1) probleemi määratlemine/mõtestamine; 2) mõttemudeli loomine; 3) sobivate lahendusstrateegiate leidmine/rakendamine; 4) lahendusteade ja tulemuste tõesuse hindamine. Selleks, et õpilastel tekiksid probleemide lahendamise oskused, mida nad saavad rakendada täiskasvanueas, tuleb hakata probleemide lahendamise oskust õpetama esimeses kooliastmes (Cardena & Cline, 2015). Matemaatiliste probleemide lahendamine arendab õppimisoskust. Probleemid, mida õpilastel tuleb lahendada, peaksid olema piisavalt väljakutsuvad, et nad rakendaksid oma teadmisi ja mõistmist. Probleemülesannete lahendamine tõstab õpilaste uudishimu matemaatiliste probleemide vastu ja suurendab nende kognitiivseid protsesse (Henninsen, 1997, viidatud Sangpom, Suthisung, Kongthip, & Inprasitha, 2016 j). Suurem osa tekstülesandeid on matemaatikas probleemülesanded. Suurendades probleemikeskset õpet, mis on seotud õpilase igapäevakogemustega, peaks panema õpilast suhtuma matemaatikasse emotsionaalselt positiivselt (Kaasik, 2002).

### **Põhikooli õpilaste matemaatikapädevus**

Põhikooli riiklikus õppekavas on märgitud matemaatika õpetamise eesmärgiks kujundada põhikooliõpilastes eakohane matemaatikapädevus. Eakohane matemaatikapädevus lahtikirjutatult tähendab suutlikust kasutada matemaatikale omast keelt, sümboleid ja meetodeid erinevates ülesannetes. Oluliseks peetakse mõista matemaatika sotsiaalset, kultuurilist ja personaalset tähendust ning põhikooliõpilase oskust püstitada probleeme, leida sobivaid lahendusstrateegiaid – neid rakendada, analüüsida ja kontrollida. Põhikooliõpilane peab riikliku õppekava kohaselt oskama loogiliselt erinevaid esitlusviise kasutades arutleda, põhjendada ja tõestada (Põhikooli riiklik õppekava, 2011).

Eelnevatest uuringutest on teada, et Eesti koolide õpilased tunnevad pigem paremini fakte ja protseduure, kui saavad nendest aru (Palu, 2010a). Varasemast Eestis tehtud uuringust on selgunud, et õpilased lahendavad kõige kehvemini probleemülesandeid ja kõige paremini



protseduurilisi ülesandeid (Vaabel, 2013). Paljudel õpilastel on raskusi geomeetriliste kujundite ära tundmisega, kui need ei ole kujutatud standartsena. Näiteks ruut ei ole ruut, kui see ei paikne horisontaalselt (Mayberry, 1983; Clemets & Battista, 1992, viidatud Marcis, 2012 j). Marcis (2012) on uuringust järeldanud, et õpilased ei oska elementaarseid kujundeid (näiteks: ristkülik, ruut, kolmnurk, nelinurk) korrektselt defineerida. Põhjusteks on ta toonud kujundite mitte äratundmist, kujundite omaduste mitte tundmist ja ka kujundite omaduste tundmist, aga õpilased ei oska neid omadusi definitsioonidesse õigesti paigutada. Samuti Kaasik (2002) järgi on mõtlemise põhielement mõiste, mille mittetundmine on takistuseks näiteks geomeetriaülesannete lahendamisoskusele.

Üldpädevuse uuringust on välja toodud Eesti õpilaste sagedamini matemaatikas tehtavad vead. Õpilased ei mõista sageli teksti ja ei oska seda tõlgendada matemaatika keelde, õpilastel tekivad ülesannetes raskused, kui on tarvis leida arvudevahelisi seoseid, näiteks tekstis on sõnad „rohkem”, „vähem” (Palu, 2010a, Vaabel 2013). Samuti tekivad vead, kui õpilased ei oska õigesti kasutada tehete järjekorra reegleid. Näiteks tehes  $26 : 0,1 \cdot 10$  õpilased kõigepealt korrutavad ja hiljem jagavad, see annab vale vastuse või tehes  $26 - 5 + 9$ , õpilased kõigepealt liidavad ja teiseks lahutavad, mis jällegi annab vale vastuse. Ajaühikute teisenduste ülesannetes kalduvad õpilased kasutama kümnendsüsteemi arvutamist (Palu, 2015).

Esimese kooliastme lõpus tehtavate viimaste aastate riiklikes tasemetöodes on õpilaste jaoks enim raskust valmistavateks ülesanneteks ülesanded, kus tuleb teisendada ühikuid, arvutada ja tunda tehete järjekorda ning lahendada tekstülesandeid (Jakobson, 2014a, 2015a; Taal, 2016, 2017). Kuuenda klassi viimaste aastate riiklikud tasemetööd näitavad, et õpilaste jaoks läbivalt valmistavad raskusi geomeetria ülesanded (Jakobson, 2014b, 2015b; Simmo, 2016, 2017b). Põhikooli lõpueksamis lahendavad õpilased paremini rutiinseid ülesandeid, mis kasutavad tundides õpitud mõisteid, valemeid, algoritme ja seoseid. Raskused tekivad ülesannetega, mis ei ole tavapärased – õpilastel on keeruline ülesande sisust aru saada (Simmo, 2017a).

Varasemalt on uuritud eraldi poiste ja tüdrukute matemaatilisi saavutusi ja erinevusi. Uurijad on leidnud, et ei ole märkimisväärsed erinevusi tüdrukute ja poiste üldiste matemaatiliste saavutuste vahel (Hall, Davis, Bolen & Chia, 1999; Ding, Song & Richardson, 2006; Hyde & Mertz, 2009; Kreegipuu, 2004). Samas Vaabel (2013) jõudis uurniguga tulemuseni, et tüdrukute tulemused olid statistiliselt poiste omast oluliselt paremad. Kolme ülesande puhul olid tüdrukute tulemused märgatavalt paremad: arvutusülesanne, võrduse koostamine olemasolevate arvudega ja ühetehteline lihtsam tekstülesanne. Mõningad uurijad on jõudnud üksmeelele, et matemaatikaedukuselt on tüdrukud edukamad verbaalse ja poisid

ruumiliste ning visuaalsete ülesanne lahendamisel (Borodako & Afanasjev, 2005). Ding, Song & Richardson (2006) on öelnud, et poisid on edukamad probleemide lahendamises.

2016. aasta ja 2017. aasta 3.klassi ja 6. klassi matemaatika tasemetöodes poiste ja tüdrukute tulemuste keskmiste vahel olulisi erinevusi ei olnud. 2016. aasta ja 2017. aasta 3. klassi tüdrukud olid edukamad kellatundmises, kujundite tundmises, arvutamises, poisid seevastu edukamad elulistest ülesannetes, võrdlemises. 6. klassi poisid lahendasid paremini ülesandeid, kus oli tarvis teisendada, ümardada ja tüdruku paremini ülesandeid, mis nõudsid klassikalisi arvutamisoskusi (Simmo, 2016, 2017b; Taal, 2016, 2017).

Põhikooli matemaatika lõpueksamite sooritamisel on tüdrukud edukamad kui poisid, samuti läbikukkunute seas on tüdrukuid vähem kui poisse. Varasemalt on poisid lahendanud paremini rakendusliku sisuga ülesandeid - info tõlgendamine tekstist, diagrammide kasutamine, elulised tekstülesanded, siis viimastel aastatel on tüdrukud hakanud paremini lahendama ka selliseid ülesandeid. 2017. aasta põhikooli matemaatika lõpueksamis olid poisid tüdrukutest edukamad vaid tõenäosuse arvutamises, teistes ülesannetes olid tüdrukud edukamad (Taal, 2015; Simmo 2017b).

Varasemalt on olnud Eestis läbi viidud rahvusvahelistes uuringutes tüdrukud edukamad kui poisid. Viimastel uuringutel on poiste edukus ületanud tüdrukute edukust. Kõigi seniste PISA testide järgi on olnud poiste tulemused paremad kui tüdrukute tulemused. Poisid on edukamad eluliste probleemide lahendusvõimaluste nägemisel ja mudelite koostamisel, samuti alamskaaladel: määramatus, muutus ja seosed ning kogus on poiste tulemused oluliselt paremad (Lepmann, 2013, 2016).

Felson & Trudeau (1991) uurisid Standfordi testiga 5. – 8. klassi õpilasi. Tulemuste järgi olid tüdrukute tulemused oluliselt paremad kui poistel nii protseduurilistes, mõistelistes kui ka probleemilahendus ülesannetes (Felson, 1991).

### **Uuringu eesmärk ja uurimisküsimused**

Rahvusvaheline uuring PISA on näidanud, et Eesti õpilastel on üldiselt head matemaatikatulemused, kuid kõrgel pädevustasemel on õpilaste osakaal väikene (Lepmann, 2013). Selleks, et suureneks õpilaste hulk, kes suudavad lahendada kõrgemate tasandite matemaatika ülesandeid, on tarvis leida võimalusi selle saavutamiseks. Eelnevad uuringud on näidanud (Palu, 2010a), et algklassides keskendutakse rohkem protseduuride omandamisele, mistõttu ei loo õpilased tähenduslikke seoseid ega saa aru ülesande lahenduskäigust. Õpilased võivad küll teada õigeid algoritme ja strateegiaid ning neid ülesande lahendamisel õigesti kasutada, kuid nad ei pruugi õpitud protseduuridest aru saada (Rittle-Johnson & Sieger,

1998). Ka viimaste aastate riiklikes tasemetöodes ja riigieksamites enim raskusi valmistavate ülesannete lahendamise tulemused näitavad, et õpilastel võivad olla küll protseduurilised teadmised, kuid nad ei pruugi osata neid keerukamates ülesannetes kasutada. Seepärast on oluline hinnata mitte ainult protseduurilist sooritust, vaid ka sellest arusaamist.

Põhikooli riikliku õppekava (2011) järgi teise kooliastme lõpuks peab õpilane 1) oskama kasutada erinevaid matemaatilise info esitamise viise ning üle minna ühelt esitlusviisilt teisele; 2) oskama objekte ja nähtusi liigitada, analüüsida ning kirjeldada mitme tunnuse järgi; 3) tundma probleemülesande lahendamise üldist skeemi; 4) oskama leida ülesannetele erinevaid lahendusteid; 5) oskama oma mõttekäike põhjendada ja nende õigsust kontrollida. Need on kõrged eesmärgid, mille saavutamiseks on vajalik rajada tugev alusmüür juba algklassides. Selleks, et anda soovitusi algklasside matemaatika parandamiseks, on tarvis täpsemalt välja selgitada, milles seisnevad õpilaste raskused matemaatikapädevuse valdkondade saavutamisel II kooliastme alguses. Käesoleva magistritöö eesmärgiks on välja selgitada, millised on II kooliastme alguses õpilaste matemaatikateadmised ja teada saada, kuidas on omavahel seotud ülesannete lahendamisel vajalikud matemaatikapädevuse valdkonnad.

Eesmärgi saavutamiseks püstitati järgmised uurimusküsimused:

- 1) Millised on 4. klassi õpilaste teadmised erinevates matemaatika valdkondades?
- 2) Millised on sagedasemad vead ülesannete lahendamisel?
- 3) Mil määral erinevad poiste ja tüdrukute matemaatikateadmised?

## **Metoodika**

### **Valim**

Magistritöös kasutatakse „Tartu Ülikooli õpetajahariduse kompetentsikeskuse Pedagogicum'i arendamine” projekti (2016-2018) alus- ja alghariduse töörühma kogutud andmeid. Matemaatikas uuriti kokku 255 õpilast, 117 poissi ja 138 tüdrukut. Vastanutest 42% olid 10 aastased, 53% 11 aastased, 1% olid 12 aastased ja 4% jätsid vanuse täitmata. Andmeid koguti 11-st koolist 14-st klassist.

### **Mõõtevahend**

Mõõtevahendiks on matemaatika test 4. klassi õpilastele, mille koostas Anu Palu. Testis oli kokku 16 ülesannet, milles hinnati 41 vastust. Sisu järgi valiti ülesanded vastavalt põhikooli riiklikule õppekavale kahest valdkonnast: aritmeetikast ja geomeetriast. Suurima

osa moodustas aritmeetika, mistõttu oli selles valdkonnas ka rohkem ülesandeid. Kognitiivse valdkonna järgi sai matemaatika testiga mõõta järgmist: protseduurilisi teadmisi (vajalike algoritmide või strateegiate tundmist), mõistelisi teadmisi (arustaamist matemaatilistest faktidest ja protseduuridest, rakendamisoskust) ja probleemide lahendamise oskust, mis hõlmab nii protseduurilist kui mõistelisi teadmisi, kuid lisaks pidi õpilane eelnevalt probleemi mõtestama, valides õige lahendusstrateegia.

Testi valiidsuse tagamiseks viidi eelnevalt läbi piloottestimine ja konsulteeriti õpetajatega. Reliaabluse väljaselgitamiseks arvutati Cronbach'i alfa, ( $\alpha=0,9$ ), mis näitas, et test on usaldusväärne.

### **Protseduur**

Andmed koguti 2017. aasta kevadel projekti "Tartu Ülikooli õpetajahariduse kompetentsikeskuse Pedagogicum arendamine" alus- ja algõpetuse töörühma poolt. Uuringu läbiviijad edastasid testid valitud koolidesse. Testi viis läbi vastava klassi õpetaja. Kuna test oli ühes variandis, pidi õpetaja jälgima, et kahekesi pingis istudes lahendaksid õpilased ülesandeid iseseisvalt. Sisulistes küsimustes ei tohtinud õpetaja õpilast aidata. Mustandipaberi ja taskuarvuti kasutamine ei olnud lubatud. Testi tegemise maksimaalne aeg oli 45 minutit. Ülesanded kontrollis ja andmed sisestas magistritöö autor.

### **Andmetöötlus**

Andmete töötlemiseks kasutati tabelarvutusprogrammi MS Excel ja statistikaprogrammi SPSS. Andmetöötlamiseks programmis SPSS kodeeriti vastused: õige vastus „1” ja vale vastus või vastamata jätmine „0”. Uurimuse andmete analüüsimiseks kasutati kvantitatiivset analüüsimeetodit. Kvantitatiivses analüüsimeetodis kasutati järgneva kirjeldava statistika näitajaid: keskmine (M), standardhälve (SD), minimaalne ja maksimaalne tulemus. Järeldava statistika tegemiseks kasutati T-testi, Pearsoni korrelatsioonimaatriksit.

## **Tulemused**

### **Õpilaste teadmised erinevates matemaatika valdkondades**

Testi keskmine lahendus oli 0,73 (SD = 0,187). Statistiliselt olulist erinevust poiste ja tüdrukute kogu testi keskmistes tulemustes ei olnud ( $t=1,69$ ,  $p>0,05$ ). Parim testi soorituse tulemus oli 1,00, mille saavutasid 5 õpilast (4 tüdrukut ja 1 poiss) ehk 1,96% kõigist õpilastest. Kõige madalam tulemus 0,10 oli ühel õpilasel (1 poiss). 22,4% õpilastest (57 õpilast) lahendas testi üle 90%.

Vaadeldes tulemusi erinevates matemaatikapädevuse valdkondades selgus, et kõige paremini lahendati tekstilisi probleemülesandeid ( $M = 0,78$ ;  $SD = 0,254$ ) ja kõige halvemini ülesandeid, mis vajasis mõistelisi teadmisi ( $M = 0,71$ ,  $SD = 0,207$ ) (tabel 1). Võrreldes poiste ja tüdrukute tulemusi selgus, et statistiliselt oluliselt erinesid need vaid protseduurilistes teadmistes ( $t=2,23$ ,  $p<0,05$ ).

Tabel 1. Ülesannete keskmised tulemused valdkondade kaupa

Matemaatika valdkond	Kogu valim		Poisid		Tüdrukud	
	M	SD	M	SD	M	SD
Protseduurilised teadmised	0,76	0,182	0,79	0,175	0,74	0,186
Mõistelistelised teadmised	0,71	0,207	0,71	0,201	0,71	0,213
Probleemide lahendamisoskus	0,78	0,254	0,79	0,247	0,77	0,261

Analüüsides ülesannete gruppe Pearsoni korrelatsioonimaatriksiga, oli näha statistiliselt olulist ( $p<0,01$ ) seost kõigi valdkondade vahel (tabel 2). Kõrgeim seos (korrelatsioonikordaja  $r = 0,69$ ) oli probleemide lahendamisoskuse ja protseduuriliste teadmiste vahel. Saadud tulemuse põhjal võib väita, et probleemide lahendamiseks on vaja teada protseduure ja fakte.

Tabel 2. Valdkondadevaheliste seoste statistilise olulisuse võrdlus

Valdkond	Protseduurilised teadmised	Mõistelistelised teadmised	Probleemide lahendamise oskus
Protseduurilised teadmised	1		
Mõistelistelised teadmised	,47*	1	
Probleemide lahendamisoskus	,69*	,46*	1

\*Märkus: statistiliselt oluline erinevus valdkondade vahel ( $p<0,01$ ).

### Matemaatikaülesannete lahendusvead

Üksikute ülesannete lahenduste analüüs näitas, et kõige paremini lahendati (95%) probleemülesannet, kus tuli leida viga lahendusalgorithmis. Üle 90% oli veel õigesti lahendatud: arvude järjestamine, kahekohaliste arvude liitmistehe ja probleemülesanne suurima neljakohalise arvu leidmiseks etteantud numbrite abil.

Alla 50% lahendati järgmisi ülesandeid: kõige halvemini (36%) lahendati mõistete rakendamise ülesannet murdjoone arvutamisest. Teati küll vastavaid mõisteid „raadius“ (78%) ja „murdjoon“ (61%), kuid ei osatud neid rakendada. Veel kuulub halvasti lahendatud ülesannete hulka mõiste tundmise ülesanne (41% õpilastest ei tundnud ära kõverjoont). Halvasti (47%) lahendati tekstülesannet tekstiga: „Ühes karbis oli 12 värvipliiatsit. Neid oli 3 korda vähem kui teises. Mitu pliiatsit oli kahes karbis kokku?“ Ei osatud leida õigesti kui palju oli teises karbis värvipliiatseid. Õpilastele valmistas suurt raskust ülesanne, mis nõudis tehteid kellaegadega, kõigest 44% õpilastest oskas leida ajavahemikku.

Eraldi oli vaatluse all kaks ülesannet, kus mõlemas tuli sooritada samad tehted, kuid üks neist oli antud avaldisega, teine tekstülesandena, mille lahendamiseks oli vaja leida samasuguse avaldise väärtus. Kui tekstülesande milles tuli 65-st kilogrammist porganditest lahutada kõigepealt 26 kg ja hiljem liideti 14 kg juurde, lahendas õigesti 84%, siis avaldise  $64 - 26 + 14$  väärtuse arvutas õigesti ainult 68%.

Lahendusvigade leidmiseks analüüsiti õpilaste vastuseid. Vaatluse alla võeti valed vastused või vastuste puudumised, mida esines rohkem kui 10%. Tabelites 3–6 on esitatud ülesannete lahendamisel saadud valed vastused ja nende esinemissagedused. Lisatud on vea tekkimise põhjus. Tüüpvigu tehti keerulisemates arvutus-, teisendus- ja geomeetriliste kujundite tundmise ülesannetes.

Tabel 3. Arvutamisülesannete enim esinenud valed vastused ja vigade tekkimise põhjused

Ülesanne	Vastus	Esinemissagedus protsentides	Vea tekkimise põhjus
Arvuta $64 - 26 + 14$	24	18,4%	Ei tunta tehetejärjekorda: enne liidetakse, siis lahutatakse.
Arvuta $48 - 36 : 3$	4	14,5%	Ei tunta tehte järjekorda.
Arvuta $480 : 12 + 150 : 15$	Puudub	14,9%	Ei osata peast jagada nulliga lõppevaid arve.

Tüüpilisi arvutusvigu tehti ka tekstülesannetes, mistõttu jäid need vale lõpptulemusega. Tehte  $450 \cdot 10$  vastuseks andis 18% õpilastest 450 ja tehte  $300 \cdot 3$  vastus oli 300 18,4% õpilastest.

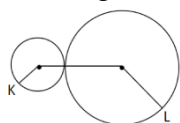
Suure esinemissagedusega vale vastus anti tekstülesandele „Ühes karbis on 12 värvipliiatsit. Neid on 3 korda vähem kui teises. Mitu pliiatsit teises karbis?“. 36% õpilastest sooritas korrutamistehte asemel jagamistehte, saades vastuseks 4 pliiatsit.


Tabel 4. Teisendusülesannete enim esinenud valed vastused ja vigade tekkimise põhjused

Ülesanne	Vastus	Esinemissagedus protsentides	Vea tekkimise põhjus
7 km 60 m = ..... m	760	14,9%	1 km on ekslikult 100 m.
110 min = .... h ..... min	1h 10 min	10,2%	Kuuekümnendsüsteemi asemel kasutatakse kümnendsüsteemi.
3 min 10 s = ..... s	310 s	14,5%	Kuuekümnendsüsteemi asemel kasutatakse kümnendsüsteemi.
105 dm = .....m ....dm	1 m 5 dm	29,8%	100 dm on ekslikult 1 m.

Tabel 5. Geomeetriaülesannete enim esinenud valed vastused ja vigade tekkimise põhjused

Ülesanne	Vastus	Esinemissagedus protsentides	Vea tekkimise põhjus
Millisel joonisel on kujutatud ringjoone raadiust AB? (Joonisel olid veel valida lõigud AB kui raadius, diameeter või kõõl).	Esitati diameeter	17,2%	Raadiuse ja diameetri mõiste aetakse segamini.
Kuidas nimetatakse antud joont (joonisel kõverjoon)?	Puudub	33,7%	Erinevate joonte mõisteid ei tunta.
Kuidas nimetatakse antud joont (joonisel murdjoon)?	Puudub	16,9%	Erinevate joonte mõisteid ei tunta.
Arvuta joonisel oleva murdjoone KL pikkus, kui väikese ringi raadius on 6 mm ja suure ringi raadius on 13 mm.	1 cm 9 mm	23,9%	Tekstis kaks antud suurust liidetakse, süvenemate teksti sisusse.



Leia kujundite seast kolmnurgad.	Kujundit C peeti kolmnurgaks.	11,8%	Tähelepanuta, et kujundil on neli külge, neli nurka ja neli tippu.
			
Leia kujundite seast nelinurgad.	Kujundit C ei peetud nelinurgaks.	11,8%	Tähelepanuta, et kujundil on neli külge, neli nurka ja neli tippu.

Kõige kehvemini oli lahendatud ülesanne 13, milles tuli leida murdjoone pikkus, mis oli asetatud kahe ringi sisse, kõigest 36% õpilastest lahendas ülesande õigesti. 12% õpilastest jättis vastuse kirjutamata. 24% õpilastest sai vastuseks 1 cm 9 mm, mis on pool tulemusest. 5% õpilastest leidis vastuse jooniselt mõõtes, jätmata tähelepanuta ülesande tekstis antud ringide raadiuste mõõdud. Selgelt oli aru saada, et õpilastel oli raskusi ülesande mõistmisega. Ülesandes tuli raadiused korrutada kahega ja kokku liita, samas mõned õpilased kasutasid lahendamiseks murdjoone mõõtmist, mis ei olnud õige lahendusviis.

Tabel 6. Murdjoone pikkuse arvutamisel enim esinenud vastuste sagedus protsentides

Ülesande vastus	Esinemissagedus	Protsent
Tõene	91	35,7%
1cm9mm	61	23,9%
Puudub	30	11,8%
muu	53	28,6%

Geomeetriaülesannete puhul paistis eriliselt silma õigete terminite mittetundmine. Nii näiteks esitati kõverjoone asemel terminid laineline joon, sinkavonka, kunstiline joon, kõverik, künkeline joon, lainetav joon, ojaline joon, muhklijoon, painjoon jt. Üks õpilane arvas, et kõverjoon ei ole joon, sest ainult sirge on joon.

### Poiste ja tüdrukute matemaatikateadmised

Statistiliselt olulist erinevust poiste ja tüdrukute üldistes keskmistes tulemustes ei olnud ( $t=1,69$ ,  $p>0,05$ ). Võrreldes poiste ja tüdrukute tulemusi erinevates matemaatika valdkondades (tabel 2), selgus, et statistiliselt oluliselt erinesid need vaid protseduurilistes



teadmistes ( $t=2,23$ ,  $p<0,05$ ): poisid olid paremad kui tüdrukud. Uuriti, kas on statistiliselt oluliselt erinevusi konkreetsete ülesannete lahendamisel poiste ja tüdrukute vahel. Tabelis 7 on kõigi tulemuste olulisusnivoo  $p<0,05$ . Kõige suurem keskmiste erinevus oli poiste ja tüdrukute vahel ülesande lahendamisel, kus tuli teisendada  $7\text{ km } 60\text{ m} = 7060\text{ m}$ . Poisid lahendasid selle ülesande 16,8% paremini ( $t=3,310$ ,  $p<0,01$ ).

Tabel 7. Ülesanded, mida keskmine lahendatus oli poistel ja tüdrukutel statistiliselt oluliselt erinev

Ülesanne	Keskmiste erinevus	Poiste keskmine	Tüdrukute keskmine
$7\text{ km } 60\text{ m} = \dots\text{ m}$	0,168	0,86	0,70
$70\,000 - 7 = \dots$	0,153	0,81	0,66
Tekstülesanne vahetehe	0,149	0,84	0,69
$110\text{ min} = \dots\text{ h } \dots\text{ min}$	0,123	0,91	0,78
Tekstülesande lõppvastus	0,151	0,75	0,60

Teisendusülesannetest õnnestus poistel paremini lahendada ülesanne, kus oli tarvis teisendada  $110\text{ min} = 1\text{ h } 50\text{ min}$ . Poiste keskmine oli selles ülesandes 12,3% parem kui tüdrukutel ( $t=2,775$ ,  $p<0,01$ ). Arvutusülesandes  $70\,000 - 7 = 69\,993$  oli statistiliselt oluline erinevus tüdrukute ja poiste tulemuste vahel. Keskmiste erinevus oli 15,3% ( $t=2,806$ ,  $p<0,01$ ) poiste kasuks. Statistiliselt oluline erinevus oli poiste ja tüdrukute vahel tekstülesandes tehete  $150 \cdot 4 = 600$  vastuse leidmisega, poisid lahendasid 14,9% paremini ( $t=2,851$ ,  $p<0,01$ ) ja tehte  $3500 + 600 = 4100$  lahendasid poisid 15,1% paremini ( $t=2,601$ ,  $p<0,05$ ).

### Arutelu

Käesoleva töö eesmärk oli välja selgitada, millised on õpilaste teadmised erinevates matemaatika valdkondades II kooliastme alguses, ja teada saada, kuidas on need valdkonnad omavahel seotud. Eesmärgiks oli ka välja selgitada, millised on põhilised vead, mida neljanda klassi õpilased ülesannetes teevad ning võrrelda poiste ja tüdrukute testitulemuste erinevusi.

### Õpilaste teadmised erinevates matemaatika valdkondades

Läbiviidud testi kohaselt oli II kooliastme alguses õpilaste teadmised head, ülesannete lahendatavus oli 73%. Testi sooritamise tulemus on analoogne kolmandate klasside

tasemetööde tulemusele, mis on olnud veidi üle 70% (Eksamite statistika, s.a.). Testi väga hästi sooritanud õpilaste hulk (22,4%) on ligilähedane 2016. aasta põhikooli lõpueksami väga hästi sooritanute arvule (21,1%) (Eksamite statistika, s.a.). Siit võib järeldada, et õpilaste teadmised on püsivad ja stabiilsed.

Uuringus tuli välja, et protseduurilised teadmised, mõistelised teadmised ja probleemilahendamise oskused on kõik omavahel seotud. Tugev seos ( $r = 0,69$ ) oli protseduuriliste teadmiste ja probleemilahendamise oskuse vahel. Varasemad uurinugud (Rittle-Johnson, 2015, 2017; Voutsina, 2011) on samuti jõudnud tulemuseni, et protseduurilised teadmised ja mõistelised teadmised eksisteerivad koos. Seos, et protseduurilised teadmised ja probleemilahendamise oskus on tugevalt seotud, saab kinnitust ka varasemast uuringust. On teada, et õpilastel, kellel on omandatud protseduurilised teadmised, on olemas teadmised ja oskused probleemide lahendamiseks (Zulnadi, 2016). Seda väidet kinnitas samuti käesolev uuring, näidates, et protseduuriliste teadmiste ja probleemilahendamise oskuse vahel on tugev statistiline seos. Seega ei tohiks matemaatikas vähem tähtsustada protseduuriliste teadmiste omandamist. Baasteadmised tuleb selgeks harjutada, sest ilma nendeta ei saa õpilane lahendada kõrgema taseme ülesandeid. On teada, et meie klassiõpetajad pööravad suuremat tähelepanu õpetamismeetoditele, mis toetavad harjutamist ja treeningut (Palu, 2010). See tagab head protseduurilised teadmised, kuid hilisemate õpiraskuste vältimiseks tuleks valida õpetamisesse ka selliseid tegevusi ja ülesandeid, mis arendaksid õpilastel nii protseduurilisi teadmisi kui mõistelisi teadmisi ning probleemilahendamise oskust.

### **Matemaatikaülesannete lahendusvead**

Teiseks töö eesmärgiks oli teada saada, millised on 4. klassi õpilaste põhilised vead, mida tehakse ülesannete lahendamisel. Selgus, et lihtsamaid arvutusalgoritme nõudvad ülesanded sooritakse paremini. Sama näitab ka PISA testide sooritus, et 2. ja 3. taseme (baasteadmiste) ülesanded on jõukohased enamusele meie õpilastele (Lepmann, 2013, 2016). Kehvemini lahendatakse ülesandeid, kus on vaja sooritada tehteid nullidega lõppevate arvudega.

Suurel osal õpilastest on tehete järjekorra reeglid algklassides omandatud. Kuid leidub reegleid, milles siiski eksitakse. Eelnevatest uuringutest on selgunud, et eksitakse samatasemeliste tehete järjekorra määramisel (Palu, 2015). Nii näiteks kui avaldises on ainult korrutamise ja jagamise tehe, siis korrutatakse esimesena ka siis, kui esimene on hoopis jagamistehe. Võib oletada, et õpilastel on kinnistunud reegel „enne korrutan ja jagan“

sõnasõnalt. Sama arusaam kantakse üle liitmise ja lahutamise juhule. Antud uuringu testis olnud avaldise  $64 - 26 + 14$  väärtuse leidmisel esmalt liideti ja siis lahutati. Kui selle avaldise väärtust ei suutnud õigesti leida ligi kolmandik õpilastest, siis sama avaldisega lahenduv tekstülesanne lahendati 84%-liselt. Selline tulemus on kinnituseks, et matemaatika reeglite õppimine ei tohiks olla formaalne. Eksimuste korral on soovitatav reegli olemust selgitada konkreetse juhuga. Toetudes konkreetsele tekstilisele näitele, saab õpilane paremini aru eksimustest tehete järjekorra määramisel. Protseduuriliste teadmiste omandamisel mängib suurt rolli nende rakendamine eluliste ülesannete lahendamisel.

Õpilastele valmistasid raskusi teisendusülesanded, eriti ajaühikute teisendused. Paljudel juhtudel oli vea oletatavaks põhjuseks kümnendsüsteemi kasutamine kuuekümnendsüsteemi asemel. Õpilased vaatlevad ajaühikuid kümnendsüsteemi ühikutena. Saadud tulemus viitab asjaolule, et ajaühikute teisendused vajavad rohkem lahtimõtestamist. Võimalik, et õpilastel ei ole kinnistunud kümnendsüsteemi olemus (10 madalama järgu ühikut annavad ühe kõrgema järgu ühiku). Sellest tulenevalt on õpilastel veelgi raskem mõista kuuekümnendsüsteemi. Ajaühikute õpetamine ei tohiks jääda üksnes seoste päheõppimisele, vaid oluline on seostest aru saada.

Väga palju probleeme valmistavad õpilastele geomeetria ülesanded. Ka Kaasik (2002) ja Marcis (2012) on oma töödes välja toonud, et geomeetria mõistete mittetundmine on takistuseks geomeetriaülesannete lahendamisel. Vaabel (2013) kasutas oma uuringus sama ülesannet, mida kasutati käesolevaski uuringus. Ülesandes oli tarvis raadiuseid teades arvutada murdjoone pikkus. Käesolevas töös lahendati antud ülesanne 36% ulatuses, Vaabeli (2013) testis sooritas selle ülesande 23% õpilastest. Veidi on lahendajate hulk paranenud, kuid tüüpvea teinute ja lahendamata jätnute protsendid olid mõlemas uuringus peaaegu samad.

Ülesande mittelahendamise põhjuseks on halb mõistete tundmine. Nii nagu eespool on välja toodud, et protseduurilised teadmised on vajalikud probleemide lahendamiseks, nii on ka mõistelised teadmised seotud probleemülesannete lahendamisega. Selleks, et saavutada häid tulemusi kõrgema taseme ülesannete lahendamisel, peab õpilane omama nii fakti- kui protseduurilisi teadmisi.

### **Poiste ja tüdrukute matemaatikateadmised**

Testide koondtulemusi võrreldes ei olnud tüdrukute ja poiste tulemuste vahel statistilisi olulisi erinevusi. Kui vaadelda eelnevaid uuringuid, mis võrdlevad poiste ja tüdrukute matemaatika ülesannete soorituste vahelisi erinevusi, siis on kolme erinevat sorti tulemusi. PISA testides on poisid näidanud kõrgemat sooritustulemust (Lepmann, 2013,

2016). Mõned uurijad on seevastu leidnud, et tüdrukute matemaatika tulemused on kõrgemad kui poistel (Felson, 1991; Simmo, 2017b; Taal, 2015; Vaabel, 2013). Paljud uuringud, nii nagu käesolev uuring, ei ole leidnud poiste ja tüdrukute vahel statistiliselt olulisi erinevusi (Ding, 2006; Hall, 1999; Hyde, 2009; Kreegipuu, 2004; Simmo, 2016, 2017b; Taal, 2016, 2017). Seega ei saa kindlalt väita kummal on paremad tulemused, kas poistel või tüdrukutel.

Poiste ja tüdrukute üldiste tulemuste kõrval on uuritud ka erinevate ülesande tüüpide soorituste erinevusi. Tulemustes selgus, et üldiselt on poistel paremad protseduurilised teadmised kui tüdrukutel. Nii arvutus- kui ühikute teisendusülesannetes oli selliseid, mille lahendasid poisid statistiliselt oluliselt paremini. Tulemus on üllatav, sest ei lähe kokku paljude varasemate uuringutega. Need uuringud on näidanud, et tüdrukud on edukamad arvutamises (Simmo, 2016, 2017b; Taal, 2016, 2017; Vaabel, 2013) ja kellatundmises (Taal, 2016, 2017). Kuid käesolevas uuringus lahendasid arvutusülesandeid ja kellatundmise ülesandeid paremini poisid. Poisid lahendasid paremini ka mõningaid probleemülesandeid. Probleemülesannete või eluliste ülesannete poistepoolset paremini lahendamist kinnitavad Ding (2006), Kreegipuu (2004), Lepmann (2016, 2017) ja Taal (2016, 2017). Arvatakse, et poisid on tublimad probleemülesannete lahendajad, sest neil on parem oskus ebaoluline informatsioon kõrvale jätta (Kreegipuu, 2004).

### **Kokkuvõtteks**

Antud uuringu tulemused näitavad, et algklassides on saavutatud hea tase matemaatikapädevuse kõigis valdkondades. Sealjuures ka probleemülesannete lahendamisel, milles eelnevate uuringute põhjal ei ole saadud nii kõrgeid tulemusi. Hea probleemilahendamise oskus võib olla tingitud hästi omandatud protseduurilistest oskustest. Uuring näitas, kui oluline on arendada õpilastel fakti- ja protseduuriisi teadmisi, et paremini lahendada probleemülesandeid. Selleks, et õpilane oskaks lahendada keerulisemaid matemaatika ülesandeid, peab olemas olema piisav protseduuride ja mõistete pagas. Kuid neist peab õpilane aru saama. Ainult aine mõtestatud omandamine on kerge ja see materjal säilib mälus paremini. Sellele aitab kaasa matemaatika sidumine igapäevaeluga. Matemaatiliste tõdedeni jõudmisel tuleks lähtuda mõnest õpilasele arusaadavat praktilisest (rakenduslikust) probleemist, et paremini mõista matemaatika sisu.

Käesoleva töös olid mõned piirangud. Kuna test oli koostatud ühes variandis ja testi ei viinud läbi uurijad, ei saa kindlalt väita, et õpilased ei kirjutanud pinginaabritelt maha. Vastuste analüüsimisel on pakutud oletatavad vea põhjused. Selleks, et täpsemalt teada saada,

miks õpilane eksis, oleks vaja lisaks kvalitatiivset uurningut, saamaks intervjuu käigus teada õpilaste eksimiste põhjused.

#### Autorsuse kinnitus

*Kinnitan, et olen koostanud ise käesoleva lõputöö ning toonud korrektselt välja teiste autorite ja toetajate panuse. Töö on koostatud lähtudes Tartu Ülikooli haridusteaduste instituudi lõputöö nõuetest ning on kooskõlas heade akadeemiliste tavadega.*

Kati Kalda 30.05.2018

### Kasutatud kirjandus

- Borodako, T., & Afanasjev, J. (2015). Eesti õpilaste matemaatikaedukuse soolisi aspekte kolmandate ja kuuendate klasside riiklike tasemetööde tulemuste alusel. L. Lepmann & T. Lepmann (Toim.). *Koolimatemaatika XXXII* (37–42).. Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus.
- Byrnes, J.P., & Wasik, B.A. (1991). Role of Conceptual Knowledge in Mathematical Procedural Learning. *Developmental Psychology*. 27(5), 777 – 786.
- Cardena, J., & Cline, T. (2015). Problem solving in mathematics: the significance of visualisation and related working memory. *Educational Psychology in Practice*. 31(3), 235 – 246.
- Ding, C.S., Song, K., & Richardson, L. (2006). Do Mathematical Gender Differences Continue? A Longitudinal Study of Gender Difference and Excellence in Mathematics Performance in the U.S. *Educational Studies*. 40(3), 279 – 295.
- Eksamite statistika (s.a.). Külastatud aadressil <https://eis.ekk.edu.ee/eis/eksamistatistika>
- Felson, R.B., & Trudeau, L. (1991). Gender Differences in Mathematics Performance. *Social Psychology Quarterly*. 54(2), 113 – 126.
- Gafoor, K.A., & Kurukkan, A. (2015). Learner and Teacher perception on Difficulties in Learning and Teaching Mathematics: Some Implications. *National Conference on Mathematics Teaching--Approaches and Challenges*. Proceedings (Mysuru, India, Dec 21-22, 2015). Külastatud aadressil <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED568368.pdf>.
- Hall, C.W., Davis, N.B., Bolen, L.M., & Chia, R. (1999). Gender and Racial Differences in Mathematical Performance. *The Journal of Social Psychology*. 139(6), 677 – 689.
- Hyde, J.S., & Mertz, J.E. (2009). Gender, culture, and mathematics performance. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. 106(22), 8801 – 8807.
- Jakobson, K. (2014a). Üleriigiline 3. klassi matemaatika tasemetööst 2014. Külastatud aastessil [http://haridusinfo.innove.ee/UserFiles/Tasemet%C3%B6%20d/2014/3kl\\_tasemetood/matemaatika\\_3kl\\_2014\\_tasemetoo\\_lyhianalyys.pdf](http://haridusinfo.innove.ee/UserFiles/Tasemet%C3%B6%20d/2014/3kl_tasemetood/matemaatika_3kl_2014_tasemetoo_lyhianalyys.pdf)
- Jakobson, K. (2014b). Üleriigiline 6. klassi matemaatika tasemetööst 2014. Kasutatud

aadressil

[http://haridusinfo.innove.ee/UserFiles/Tasemet%C3%B6%C3%B6d/2014/Matemaatika/matemaatika\\_6kl\\_2014\\_tasemetoo\\_lyhianalyys.pdf](http://haridusinfo.innove.ee/UserFiles/Tasemet%C3%B6%C3%B6d/2014/Matemaatika/matemaatika_6kl_2014_tasemetoo_lyhianalyys.pdf)

Jakobson, K. (2015a). Üleriigiline 3. klassi matemaatika tasemetöö 2015. Külastatud aadressil

<http://haridusinfo.innove.ee/UserFiles/Tasemet%C3%B6%C3%B6d/2015/3.%20kl.%200%20matemaatika%20tasemet%C3%B6%C3%B6d%20anal%C3%BC%C3%BCs%202015.pdf>

Jakobson, K. (2015b). Üleriigiline 6. klassi matemaatika tasemetöö 2015 (lühikokkuvõte).

Külastatud aadressil

<http://haridusinfo.innove.ee/UserFiles/Tasemet%C3%B6%C3%B6d/2015/6.%20kl.%200matemaatika%20tasemet%C3%B6%C3%B6d%20anal%C3%BC%C3%BCs%202015.pdf>

Kaasik, K., & Lepmann, L. (2002). *Väike metoodikaraamat II kooliastme matemaatikaõpetajale*, Tallinn: Avita.

Kreegipuu, K. (2004). Mehed, naised ja vaimne võimekus. *Horisont*. 3(2004), 24 – 27.

Lepmann, T. (2013). Matemaatika. G. Tire (Toim.). *Pisa 2012 Eesti tulemused, Eesti 15-aastaste õpilaste teadmised ja oskused matemaatikas, funktsionaalses lugemises ja loodusteadustes*. Tallinn: Atlex kirjastus.

Lepmann, T. (2016). Matemaatika. G. Tire (Toim.). *Pisa 2015 Eesti tulemused, Eesti 15-aastaste õpilaste teadmised ja oskused loodusteadustes, funktsionaalses lugemises ja matemaatikas*. Tallinn: Atlex kirjastus.

Marchis, I. (2012). Preservice Primary School Teachers' Elementary Geometry Knowledge. *Acta Didactica Napocensia*. 5(2), 33 – 40.

Palu, A. (2010a). *Algklassiõpilaste matemaatikaalased teadmised, nende areng ja sellega seonduvad tegurid*. Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus.

Palu, A. (2010b). Matemaatika. E. Kikas (Toim.), *Õppimine ja õpetamine esimeses ja teises kooliastmes* (lk 243–261). Tartu: Ecoprint.

Palu, A., & Kikas, E. (2015). Matemaatikapädevus. E. Kikas, A. Toomela (Toim.), *Õppimine ja õpetamine kolmandas kooliastmes. Üldpädevused ja nende arendamine* (lk 242–254). Tallinn: Eesti Ülikoolide Kirjastus.

Põhikooli riiklik õppekava (2011). Riigi Teataja I, 14.02.2018, 8. Külastatud aadressil

<https://www.riigiteataja.ee/akt/114022018008>

Rittle-Johnson, B., & Siegler, R. S. (1998). The relation between conceptual and procedural knowledge in learning mathematics: A review. In C. Donlan (Ed), *The*

- development of Mathematical Skills*. (pp 75–110). Pittsburgh: Psychology Press.
- Ritte-Johnson, B., Schneider, M., & Star, J.R. (2015). Not a One-Way Street: Bidirectional Relations Between Procedural and Conceptual Knowledge of Mathematics. *Educational Psychology Review*. 27(4), 587 – 597.
- Rittle-Johnson, B., Fyfe, E.R., & Loehr, A.M. (2016). Improving conceptual and procedural knowledge: The impact of instructional content within a mathematics lesson. *The British Journal of Educational Psychology*. 86(4), 576 – 591.
- Rittle-Johnson, B. (2017). Developing Mathematics Knowledge. *Child Development Perspectives*. 11(3), 184 – 190.
- Taal, D. (2015). Põhikooli matemaatika lõpueksam 2015 (lühikokkuvõte). Kasutatud aadressil <http://haridusinfo.innove.ee/UserFiles/L%C3%B5pueksamid%20PK/2015/>
- Taal, D. (2016). Üleriigiline 3. klassi matemaatika tasemetöö 2016. Külastatud aadressil <http://haridusinfo.innove.ee/UserFiles/Tasemet%C3%B6%C3%B6d/3.%20klassi%20matemaatika%20tasemet%C3%B6%C3%B6st%202016.pdf>.
- Taal, D. (2017). Üleriigiline 3. klassi matemaatika tasemetöö 2017. Külastatud aadressil [http://haridusinfo.innove.ee/UserFiles/L%C3%B5pueksamid%20PK/2015/matemaatika\\_PK2015\\_1%C3%BChikokkuv%C3%B5te.pdf](http://haridusinfo.innove.ee/UserFiles/L%C3%B5pueksamid%20PK/2015/matemaatika_PK2015_1%C3%BChikokkuv%C3%B5te.pdf)
- Samuelsson, J. (2010). The Impact of Teaching Approaches on Students' Mathematical Proficiency Sweden. *International Electronic Journal of Mathematics Education*. 5(2), 61 – 78.
- Sangpom, W., Suthisung, N., Kongthip, Y., & Inprasitha, M. (2016). Advanced Mathematical Thinking and Students' Mathematical Learning: Reflection from Students' Problem-Solving in Mathematics Classroom. *Journal of Education and Learning*. 5(6), 72 – 82.
- Simmo, P. (2016). Üleriigiline 6. klassi matemaatika tasemetöö 2016 (lühikokkuvõte). Kasutatud aadressil <http://haridusinfo.innove.ee/UserFiles/Tasemet%C3%B6%C3%B6d/6.%20klassi%20matemaatika%20e-tasemet%C3%B6%C3%B6st%202016.pdf>
- Simmo, P. (2017a). Põhikooli matemaatika lõpueksam 2017 (lühikokkuvõte). Kasutatud aadressil [https://www.innove.ee/wp-content/uploads/2018/04/PK\\_matemaatika\\_2017\\_lyhianalyys.pdf](https://www.innove.ee/wp-content/uploads/2018/04/PK_matemaatika_2017_lyhianalyys.pdf)
- Simmo, P. (2017b). Üleriigiline 6. klassi matemaatika tasemetöö 2017 (lühikokkuvõte). Külastatud aadressil <https://www.innove.ee/wp-content/uploads/2018/04/6.-klassi-matemaatika-e-tasemet%C3%B6%C3%B6st-2017.pdf>.
- Vaabel, M. (2013) *Neljanda klassi matemaatikateadmised, tüüpilised vead ning poiste ja*



*tüdrukute erinevused ülesannete lahendamisel*. Publitseerimata magistritöö. Tartu Ülikool.

Voutsina, C. (2011). Procedural and conceptual changes in young children's problem solving. *Educational Studies in Mathematics*. 79(2), 193 – 214.

Zulnaidi, H., & Zamri, S. (2016). The Effectiveness of the GeoGebra Software: The Intermediary Role of Procedural Knowledge On Students' Conceptual Knowledge and Their Achievement in Mathematics. *EURASIA Journal of Mathematics Science and Technology Education*. 13(6), 2155 – 2180.

## **Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks**

Mina Kati Kalda

(sünnikuupäev: 2. detsember 1985)

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud teose

Neljanda klassi õpilaste matemaatikateadmised erinevates valdkondades ja nende valdkondade vahelised seosed,

mille juhendaja on Anu Palu,

- 1.1.reprodutseerimiseks säilitamise ja üldsusele kättesaadavaks tegemise eesmärgil, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace-is lisamise eesmärgil kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni;
- 1.2.üldsusele kättesaadavaks tegemiseks Tartu Ülikooli veebikeskkonna kaudu, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace'i kaudu kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni.
2. olen teadlik, et punktis 1 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.
3. kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse seadusest tulenevaid õigusi.

Tartus, 31. mai 2018.